受験番号	

2020 年度 岡山大学大学院自然科学研究科(博士前期課程)

電子情報システム工学専攻(**通信ネットワーク系**)入学試験問題

専　門　科　目
(数　学)

注意

1. 試験時間は 10:00〜12:00 です。試験終了まで退室は認めません。
2. 配布された問題冊子1冊, 解答用冊子1冊を確認しなさい。 ただし, 試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけません。また, どの冊子も切り離してはいけません。問題冊子は, この表紙を含めて6枚の問題紙を綴じています(2〜5枚目:問題, 6枚目:下書き・計算用)。
3. **すべての解答用紙**および**問題冊子の表紙**の受験番号欄に**受験番号**を記入すること。 採点の際に解答用紙を1枚ずつ切り離すので, 受験番号が記入されていない解答用紙に書かれた答案は採点されません。
4. 問題は第 1 問から第 4 問まであります。 すべての問題に解答し, 解答用冊子の所定頁に記入しなさい。指定と異なる解答用紙に書かれた答案は採点されません。
5. 問題紙の余白や裏面は下書きに利用してよいが, 記入された内容は採点対象としません。
6. 問題冊子と解答用冊子は, すべて試験終了後に回収します。

第1問

問1 xy 平面上の楕円

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \ \ (a>b>0)$$

について，以下の問いに答えよ。

(1) 楕円上の点 (x_1, y_1) における接線の方程式を求めよ。

(2) 楕円の接線が x 軸と交わる点を A，y 軸と交わる点を B とするとき，線分 AB の長さの最小値を求めよ。

(3) 楕円の面積を求めよ。

(4) この楕円を x 軸のまわりに 1 回転させて得られる回転体の体積を求めよ。

第2問

問1 3 次の正方行列 $\mathbf{A}$ を次のように定めたとき，以下の問いに答えよ。ただし，$\mathbf{E}$ は 3 次の単位行列とする。

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\ 0 & 1 & 1\\ 0 & 2 & 0\end{pmatrix}$$

(1) 行列 $\mathbf{A}$ の行列式 $|\mathbf{A}|$ の値を求めよ。

(2) 行列 $\mathbf{A}$ の逆行列を求めよ。

(3) 行列 $\mathbf{A}$ の固有値をすべて求めよ。

(4) 行列 $\mathbf{A}$ について，$\mathbf{A}^5-2\mathbf{A}^4+2\mathbf{A}^3-4\mathbf{A}^2-\mathbf{A}+\mathbf{E}$ を求めよ。

第3問

問1 次の微分方程式を，以下の(1)〜(4)の手順で解け。

$$(x^2-1)y' = 4xy$$

(1) $x \neq \pm 1$ かつ $y \neq 0$ の条件で，右辺が x のみの式になるように変数分離し，さらに両辺を x による積分の形式に変形せよ。

(2) $u = x^2 - 1$ と置いて (1) で求めた式の右辺を置換積分し，x を用いて表せ。

(3) y の一般解を求めよ。

(4) (1) で除外した条件($x = \pm 1$ または $y = 0$)での解を求め，(3) の一般解との関係を示せ。

問2 次の微分方程式について，以下の各問いに答えよ。

$$y'' + 2y' + 2y = Q(x)$$

(1) $Q(x) = 0$ の場合の一般解を求めよ。

(2) $Q(x) = xe^{-2x}$ の場合の一般解を求めよ。

第4問

問1 関数 $f(t)$ および $g(t)$ のフーリエ変換をそれぞれ $F(\omega)$, $G(\omega)$ と表す。このとき，以下のフーリエ変換に関する問いに答えよ。

(1) 次の関数 $x_1(t)$, $x_2(t)$ それぞれのフーリエ変換 $X_1(\omega)$, $X_2(\omega)$ を求めよ。

(a) $x_1(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)g(t-\tau)\mathrm{d}\tau$

(b) $x_2(t) = f(t)g(t)$

(2) 関数 $x_2(t)$ における関数 $g(t)$ のフーリエ変換 $G(\omega)$ が次式で表されるとする。

$$G(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(\omega - n\frac{2\pi}{T}\right)$$

ただし，関数 $\delta(\omega)$ はディラックの δ 関数である。関数 $x_2(t)$ のフーリエ変換 $X_2(\omega)$ を計算し，$X_2(\omega)$ が周期性を持つことを示せ。また，その周期を求めよ。

(3) (2) で得られた $X_2(\omega)$ の逆フーリエ変換を求めよ。

問2 ラプラス変換に関する以下の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(t) = \cos t \ (t > 0)$ のラプラス変換が,

$$\frac{s}{s^2+1}$$

であることを示せ。このとき，このラプラス変換が収束する複素数 s の条件も示せ。

(2) 次の関数 $F(s)$ の逆ラプラス変換を求めよ。ただし，必要に応じて表1のラプラス変換表を用いてもよい。

(a) $F(s) = \dfrac{1}{s^2+2s+3}$

(b) $F(s) = \dfrac{4}{s^4-1}$

表1：ラプラス変換表

原関数 $f(t)$	像関数 $F(s)$
t	$\dfrac{1}{s^2}$
e^{at}	$\dfrac{1}{s-a}$
$\sin\omega t$	$\dfrac{\omega}{s^2+\omega^2}$
$\cos\omega t$	$\dfrac{s}{s^2+\omega^2}$

ただし ω は正の実数，a は実数を表す