受験番号	

2023年度 岡山大学大学院自然科学研究科(博士前期課程)

電子情報システム工学専攻(**通信ネットワーク系**)入学試験問題

専　門　科　目
(数　学)

注意

1. 試験時間は 10:00〜12:00 です。試験終了まで退室は認めません。
2. 配布された問題冊子1冊,解答用冊子1冊を確認しなさい。 ただし,試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけません。また,どの冊子も切り離してはいけません。問題冊子は,この表紙を含めて6枚の問題紙を綴じています(2〜5枚目:問題,6枚目:下書き・計算用)。
3. **すべての解答用紙**および**問題冊子の表紙**の受験番号欄に**受験番号**を記入すること。 採点の際に解答用紙を1枚ずつ切り離すので,受験番号が記入されていない解答用紙に書かれた答案は採点されません。
4. 問題は第 1 問から第 4 問まであります。 すべての問題に解答し,解答用冊子の所定頁に記入しなさい。指定と異なる解答用紙に書かれた答案は採点されません。
5. 問題紙の余白や裏面は下書きに利用してよいが,記入された内容は採点対象としません。
6. 問題冊子と解答用冊子は,すべて試験終了後に回収します。

数学

第1問

問1　次の極限を求めよ。計算過程を示すこと。

(1) $\displaystyle \lim_{x \to 2} \frac{x^3 - 3x^2 + 4}{x^3 - 5x^2 + 8x - 4}$

(2) $\displaystyle \lim_{x \to \infty} \frac{\cos 2x + 1}{x}$

問2　$y = x^{\frac{2}{x}}$ $(x > 0)$ の導関数を以下の手順で求めた。このときの $P(x)$, $Q(y)$, $R(x)$, $S(x)$を求めよ。

$y = x^{\frac{2}{x}}$ について，両辺の自然対数をとる

$$\log y = P(x) \log x$$

両辺を x で微分する

$$Q(y) \frac{dy}{dx} = R(x)$$

以上から

$$\frac{dy}{dx} = S(x)$$

問3　次の不定積分を求めよ。

$$\int \frac{x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 4x + 7}{x^2 - 2x + 2} dx$$

問4　2 変数関数 $z = f(x, y)$ が，次の式で与えられるとき，以下の問いに答えよ。ただし，k は 0 でない定数とする。

$$z = 2k \log(x^2 + y^2 + 2)$$

(1) $\dfrac{\partial z}{\partial x}$, $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ を求めよ。

(2) z が $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2} = -16e^z$ を満たすとき，k を求めよ。

数学

第2問

問1　次に示す 4 次の正方行列 $\boldsymbol{A}$ について，以下の問いに答えよ。

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}2 & 1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 1 & -1\\ 0 & 0 & -1 & 1\\ 0 & 0 & -5 & -7\end{bmatrix}$$

(1) 行列 $\boldsymbol{A}$ の 4 個の異なる固有値のうち，1 個は $\lambda=3$ である。残りの 3 個の固有値を求めよ。

(2) 行列 $\boldsymbol{A}$ の固有値 $\lambda=3$ に対する固有ベクトルを求めよ。

第3問

問1　次の微分方程式について，下の各問いに答えよ。

$$\frac{dy}{dx} + 2xy = Q(x)$$

(1)　$Q(x) = 0$ とした場合（同次方程式または斉次方程式）について解け。

(2)　$Q(x) = 2xe^{-x^2}$ とした場合について解け。ただし，(1)で求めた解に含まれる任意定数をxの関数とおくこと（定数変化法）によって導出せよ。

問2　次の微分方程式を解け。

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + y = 3\cos x + \sin x$$

数学

第4問

問1 フーリエ変換に関する以下の問いに答えよ。なお，$f(t)$ のフーリエ変換を $\mathcal{F}[f(t)] = F(\omega)$ で表し，$T > 0$ とする。

(1) $f_1(t) = \begin{cases} 1 & (|t| \leq T) \\ 0 & (|t| > T) \end{cases}$ のフーリエ変換 $F_1(\omega)$ を求めよ。

(2) $f_2(t) = \begin{cases} \cos\omega_0 t & (|t| \leq T) \\ 0 & (|t| > T) \end{cases}$ のフーリエ変換 $F_2(\omega)$ を求めよ。また，$F_2(\omega)$ の概形を図に示せ。ただし，$\omega_0 \gg \frac{2\pi}{T}$ とする。

問2 ラプラス変換に関する以下の問いに答えよ。なお，$f(t)$ のラプラス変換を $\mathcal{L}[f(t)] = F(s)$ で表すものとする。

(1) $f_3(t) = \frac{t^2}{2}$ のラプラス変換が $F_3(s) = \frac{1}{s^3}$ であることを示せ。

(2) $F_4(s) = \frac{2}{s^2(s^2+a^2)}$ の逆ラプラス変換 $f_4(t)$ を求めよ。ただし，a は零でない実数とする。