受験番号	

2022 年度 岡山大学大学院自然科学研究科(博士前期課程)

電子情報システム工学専攻(**通信ネットワーク系**)入学試験問題

専 門 科 目
(数 学)

注意

1. 試験時間は 10:00～12:00 です。試験終了まで退室は認めません。
2. 配布された問題冊子1冊, 解答用冊子1冊を確認しなさい。 ただし, 試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけません。また, どの冊子も切り離してはいけません。問題冊子は, この表紙を含めて 6 枚の問題紙を綴じています(2～5 枚目:問題, 6 枚目:下書き・計算用)。
3. **すべての解答用紙**および**問題冊子の表紙**の受験番号欄に**受験番号**を記入すること。 採点の際に解答用紙を1枚ずつ切り離すので, 受験番号が記入されていない解答用紙に書かれた答案は採点されません。
4. 問題は第 1 問から第 4 問まであります。 すべての問題に解答し, 解答用冊子の所定頁に記入しなさい。指定と異なる解答用紙に書かれた答案は採点されません。
5. 問題紙の余白や裏面は下書きに利用してよいが, 記入された内容は採点対象としません。
6. 問題冊子と解答用冊子は, すべて試験終了後に回収します。

第1問

問1 次の関数を x で微分せよ。

(1) $y=\dfrac{1-x}{1-4x^3}$

(2) $y=\cos^4(4x)$

問2 次の極限値を求めよ。計算の過程を示すこと。

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-x}{2^x}$

問3 関数 $f(x,y)=x^2+xy+y^2$
の全微分を求めよ。

問4 極座標 (r,θ) で表した曲線 $r=a(1+\sin\theta)$ $\left(a>0,\ -\dfrac{\pi}{2}\le\theta\le\dfrac{\pi}{2}\right)$ について，以下の問いに答えよ。計算の過程を示すこと。

(1) θ が $-\dfrac{\pi}{2}, 0, \dfrac{\pi}{2}$ の時の曲線上の座標点を求め，x, y 座標系に曲線の概形を描け。

(2) 曲線と y 軸で囲まれる部分の面積(S)を求めよ。

(3) 曲線の長さ(L)を求めよ。

第2問

問1　次の行列式を計算せよ。

(1) $\begin{vmatrix} 1 & 6 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 4 & 9 \end{vmatrix}$

(2) $\begin{vmatrix} a+b & c-b & c-a \\ a-b & b+c & a-c \\ b-a & b-c & a+c \end{vmatrix}$

問2　以下のように 3 次の正方行列 $\mathbf{A}$ を定める。この $\mathbf{A}$ について，以下の問いに答えよ。ただし，α は定数とする。

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 5\alpha-4 & 2 & 3 \\ 2 & 5\alpha-1 & 6 \\ -4 & 2 & -5\alpha+5 \end{pmatrix}$$

(1)　未知の変数ベクトル $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ の連立一次方程式 $\mathbf{Ax} = \mathbf{0}$ が，自明でない解を持つような α の値をすべて求めよ。また，求めた α に対して，それぞれ解を 1 つ求めよ。

(2)　$\alpha = \dfrac{3}{5}$ のとき，行列 $\mathbf{A}$ の固有値を求めよ。

第3問

問1　次の微分方程式を以下の(1)～(3)の手順で解け。ただし，$x \neq 0$ とする。

$$xy\frac{dy}{dx} = x^2 + 3y^2$$

(1) 変数変換 $u = \dfrac{y}{x}$ を導入するとき，$\dfrac{dy}{dx}$ をxとuで表せ。

(2) 与えられた微分方程式に(1)で得られた関係を代入し，独立変数xと従属変数uからなる微分方程式を示せ。

(3) (2)の微分方程式を解け。

問2　次の微分方程式について，以下の各問いに答えよ。

$$y'' - 2y' + y = Q(x)$$

(1) $Q(x) = 0$ の場合の一般解を求めよ。

(2) $Q(x) = e^x$ の場合の一般解を求めよ。

第4問

問1 フーリエ変換に関する以下の問いに答えよ。なお $f(t)$ のフーリエ変換を $\mathscr{F}[f(t)] = F(\omega)$ で表すものとする。

(1) $f_1(t) = \begin{cases} 0 & (|t| > a) \\ a - |t| & (|t| \leq a) \end{cases}$ のフーリエ変換 $F_1(\omega)$ を求めよ。ただし $a > 0$ とする。

(2) $f_2(t) = \dfrac{1 - \cos bt}{t^2}$ のフーリエ変換 $F_2(\omega)$ を求めよ。ただし $b > 0$ とする。
ここで，関数 $F(\omega)$ の変数 ω を t とおいた関数 $F(t)$ についてのフーリエ変換の対称性 $\mathscr{F}[F(t)] = c\, f(-\omega)$ （c はフーリエ変換の定義の仕方で決まる定数)を用いてよい。

問2 ラプラス変換に関する以下の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(t) = \sin \omega t$ のラプラス変換が $F(s) = \dfrac{\omega}{s^2 + \omega^2}$ であることを示せ。ただし t は実数，ω は正の実数，s は複素数であり，$\mathrm{Re}(s) > 0$ を満たすものとする。

(2) 次の関数 $F(s)$ の逆ラプラス変換を求めよ。ただし，必要ならば下のラプラス変換表を用いてよい。

(i) $F(s) = \dfrac{s^2 + 2s - 1}{s^3 - s^2 + s - 1}$

(ii) $F(s) = \dfrac{2s + 1}{s^2 + 4s + 5}$

$f(t)$	$F(s)$
1	$\dfrac{1}{s}$
$e^{\alpha t}$	$\dfrac{1}{s - \alpha}$
$\sin \omega t$	$\dfrac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
$\cos \omega t$	$\dfrac{s}{s^2 + \omega^2}$

表中の α は実数，ω は正の実数を表す。