受験番号	

2022年度 岡山大学大学院自然科学研究科(博士前期課程)

電子情報システム工学専攻(**電気電子系**)入学試験問題

専　門　科　目
(数　学)

注意

1. 試験開始の指示があるまで，この問題冊子及び解答用紙は，開かないでください．
2. 問題冊子は表紙と下書き用紙を含め6枚あります．解答用紙は15枚あります．ページの脱落等に気付いたときは，手をあげて監督者に知らせてください．
3. 試験開始後，問題冊子とすべての解答用紙に受験番号を記入してください．採点の際に解答用紙を1枚ずつ切り離すので，受験番号が記入されていない解答用紙に書かれた答案は採点されません．
4. すべての問題に解答してください．
5. 解答用紙には問題番号と問番号が印刷されています．指定された解答用紙に解答してください．
6. 解答用紙の裏にも解答を記入することができます．
7. 問題冊子の余白や裏面は下書きに利用してかまいませんが，記入された内容は採点対象にはなりません．
8. コンパスおよび定規等は，使用できません．
9. 時計のアラーム（計時機能以外の機能を含む。）は，使用しないでください．
10. 携帯電話，スマートフォン等の音の出る機器は，アラーム設定を解除した上で電源を切って，カバン等に入れてください．
11. 試験終了まで退室できませんので，試験時間中に用がある場合は，手をあげてください．
12. 問題冊子と解答用紙は，すべて試験終了後に回収します．

第1問

問1 次の関数を x で微分せよ。

(1) $y=\dfrac{1-x}{1-4x^3}$

(2) $y=\cos^4(4x)$

問2 次の極限値を求めよ。計算の過程を示すこと。

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-x}{2^x}$

問3 関数 $f(x,y)=x^2+xy+y^2$
の全微分を求めよ。

問4 極座標 (r,θ) で表した曲線 $r=a(1+\sin\theta)$ $\left(a>0,\ -\dfrac{\pi}{2}\le\theta\le\dfrac{\pi}{2}\right)$ について，以下の問いに答えよ。計算の過程を示すこと。

(1) θ が $-\dfrac{\pi}{2}, 0, \dfrac{\pi}{2}$ の時の曲線上の座標点を求め，x, y 座標系に曲線の概形を描け。

(2) 曲線と y 軸で囲まれる部分の面積(S)を求めよ。

(3) 曲線の長さ(L)を求めよ。

第2問

問1 次の行列式を計算せよ。

(1) $$\begin{vmatrix} 1 & 6 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 4 & 9 \end{vmatrix}$$

(2) $$\begin{vmatrix} a+b & c-b & c-a \\ a-b & b+c & a-c \\ b-a & b-c & a+c \end{vmatrix}$$

問2 以下のように3次の正方行列 $\mathbf{A}$ を定める。この $\mathbf{A}$ について，以下の問いに答えよ。ただし，α は定数とする。

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 5\alpha-4 & 2 & 3 \\ 2 & 5\alpha-1 & 6 \\ -4 & 2 & -5\alpha+5 \end{pmatrix}$$

(1) 未知の変数ベクトル $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ の連立一次方程式 $\mathbf{Ax} = \mathbf{0}$ が，自明でない解を持つような α の値をすべて求めよ。また，求めた α に対して，それぞれ解を1つ求めよ。

(2) $\alpha = \dfrac{3}{5}$ のとき，行列 $\mathbf{A}$ の固有値を求めよ。

第3問

問1　次の微分方程式を以下の(1)〜(3)の手順で解け。ただし，$x \neq 0$ とする。

$$xy\frac{dy}{dx} = x^2 + 3y^2$$

(1) 変数変換 $u = \dfrac{y}{x}$ を導入するとき，$\dfrac{dy}{dx}$ をxとuで表せ。

(2) 与えられた微分方程式に(1)で得られた関係を代入し，独立変数xと従属変数uからなる微分方程式を示せ。

(3) (2)の微分方程式を解け。

問2　次の微分方程式について，以下の各問いに答えよ。

$$y'' - 2y' + y = Q(x)$$

(1) $Q(x) = 0$ の場合の一般解を求めよ。

(2) $Q(x) = \mathrm{e}^x$ の場合の一般解を求めよ。

第4問

問1 フーリエ変換に関する以下の問いに答えよ。なお $f(t)$ のフーリエ変換を $\mathscr{F}[f(t)] = F(\omega)$ で表すものとする。

(1) $f_1(t) = \begin{cases} 0 & (|t| > a) \\ a - |t| & (|t| \le a) \end{cases}$ のフーリエ変換 $F_1(\omega)$ を求めよ。ただし $a > 0$ とする。

(2) $f_2(t) = \dfrac{1 - \cos bt}{t^2}$ のフーリエ変換 $F_2(\omega)$ を求めよ。ただし $b > 0$ とする。

ここで，関数 $F(\omega)$ の変数 ω を t とおいた関数 $F(t)$ についてのフーリエ変換の対称性 $\mathscr{F}[F(t)] = c\,f(-\omega)$ （c はフーリエ変換の定義の仕方で決まる定数）を用いてよい。

問2 ラプラス変換に関する以下の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(t) = \sin \omega t$ のラプラス変換が $F(s) = \dfrac{\omega}{s^2 + \omega^2}$ であることを示せ。ただし t は実数，ω は正の実数，s は複素数であり，$\mathrm{Re}(s) > 0$ を満たすものとする。

(2) 次の関数 $F(s)$ の逆ラプラス変換を求めよ。ただし，必要ならば下のラプラス変換表を用いてよい。

(i) $F(s) = \dfrac{s^2 + 2s - 1}{s^3 - s^2 + s - 1}$

(ii) $F(s) = \dfrac{2s + 1}{s^2 + 4s + 5}$

$f(t)$	$F(s)$
1	$\dfrac{1}{s}$
$e^{\alpha t}$	$\dfrac{1}{s - \alpha}$
$\sin \omega t$	$\dfrac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
$\cos \omega t$	$\dfrac{s}{s^2 + \omega^2}$

表中の α は実数，ω は正の実数を表す。