| 受験番号 | |
| --- | --- |

2021年度 岡山大学大学院自然科学研究科(博士前期課程)

電子情報システム工学専攻(**通信ネットワーク系**)入学試験問題

# 専　門　科　目
# (数　学)

**注意**

1. 試験時間は 10:00～12:00 です。試験終了まで退室は認めません。
2. 配布された問題冊子1冊，解答用冊子1冊を確認しなさい。ただし，試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけません。また，どの冊子も切り離してはいけません。問題冊子は，この表紙を含めて 6 枚の問題紙を綴じています(2～5 枚目:問題，6 枚目:下書き・計算用)。
3. **すべての解答用紙**および**問題冊子の表紙**の受験番号欄に**受験番号**を記入すること。採点の際に解答用紙を1枚ずつ切り離すので，受験番号が記入されていない解答用紙に書かれた答案は採点されません。
4. 問題は第 1 問から第 4 問まであります。すべての問題に解答し，解答用冊子の所定頁に記入しなさい。指定と異なる解答用紙に書かれた答案は採点されません。
5. 問題紙の余白や裏面は下書きに利用してよいが，記入された内容は採点対象としません。
6. 問題冊子と解答用冊子は，すべて試験終了後に回収します。

## 第1問

問1 次の関数を微分せよ。

(1) $y=\dfrac{\log x}{x^2}$

(2) $y=2^x$

問2 3 次元空間$(x, y, z)$において，$(x, y)$平面内の放物線$y=2x^2+\dfrac{1}{2}$を$x$軸の周りに回転して得られる曲面を考える。

(1) この曲面上の点$\left(1, 2, \dfrac{3}{2}\right)$における接平面の方程式を求めよ。

(2) この曲面上の点$\left(1, 2, \dfrac{3}{2}\right)$における法線の方程式を求めよ。

問3 下記の積分について，(1)および(2)の手順でそれぞれ実行せよ。解答過程も明記せよ。

$$\int_0^1\int_0^{\sqrt{x}}\left(x+y^3\right)dydx$$

(1) 表記の順($y$に関する積分の後に$x$に関する積分)に積分を実行せよ。

(2) 積分順序を変更して積分を実行せよ。

## 第2問

問1　3 次の正方行列 $\mathbf{A}$ を以下のように定める。$\mathbf{A}$ には逆行列が存在し，この $\mathbf{A}$ の逆行列を $\mathbf{B}$ とする。また，3 次の正方行列 $\mathbf{C}$ を以下のように定める。これらの $\mathbf{A}$，$\mathbf{B}$，$\mathbf{C}$ について，以下の問いに答えよ。ただし，$a$ と $c$ は定数とする。

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix} a & 1 & 2 \\ 1 & a & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{C}=\begin{pmatrix} c-2 & 1 & c \\ c & c-1 & -1 \\ -2 & 0 & c+1 \end{pmatrix}$$

(1)　$\mathbf{A}$ の逆行列 $\mathbf{B}$ が存在するための定数 $a$ が満たすべき条件を示せ。

(2)　$\mathbf{B}$ の行列式 $|\mathbf{B}|$ を求めよ。

(3)　$\mathbf{A}$ の固有値 $\lambda$ の 1 つが，$\lambda=1$ となるような，$\mathbf{A}$ の定数 $a$ の値をすべて求めよ。

(4)　$\mathbf{C}$ の行列式 $|\mathbf{C}|$ を求めよ。

(5)　$\mathbf{AC}$ の行列式 $|\mathbf{AC}|$ について，$|\mathbf{AC}|=0$ となるような，$\mathbf{C}$ の定数 $c$ の値をすべて求めよ。

## 第3問

問1　次の変数分離形微分方程式を，(a) $y^2-2y\neq 0$ と，(b) $y^2-2y=0$ の場合に分けて解け。ただし，得られた解は陽関数（$y=\cdots$）の形で記述すること。

$$x\frac{dy}{dx}=y^2-2y$$

問2　次の微分方程式について，以下の各問いに答えよ。

$$\frac{d^2y}{dx^2}+2\frac{dy}{dx}+2y=Q(x)$$

(1)　$Q(x)=e^x$ の場合の一般解を求めよ。

(2)　$Q(x)=e^{-x}\sin x$ の場合の一般解を求めよ。

## 第4問

問1 周期 $2\pi$ のフーリエ級数の基底(三角基底)をすべて示し，これらの基底が区間 $[-\pi, \pi]$ において直交系をなすことを示せ。

問2 関数 $f(t)=\begin{cases}1 & (|t|\leq 1)\\ 0 & (|t|>1)\end{cases}$ のフーリエ変換 $F(\omega)$ を求めよ。さらに，このグラフの概形を，$\omega$ が $[-10, 10]$ の範囲で図示せよ。このとき，軸との交点の座標をすべて明記すること。

問3 関数 $f(t)$ のラプラス変換 $F(s)=\mathscr{L}[f(t)]$ について以下の問いに答えよ。ただし，$t\geq 0$ において $f(t)$ は連続で，ある正の数 $M$，$\gamma$ に対して $|f(t)|\leq Me^{\gamma t}$ を満足し，導関数 $f'(t)$ をもつとする。

(1) ラプラス変換の定義式に基づいて $\mathscr{L}[f'(t)]$ を求め，このラプラス変換が収束する複素変数 $s$ の領域(収束領域)を示せ。

(2) $F(s)=\dfrac{4s}{4s^2+4s+5}$ の逆ラプラス変換を求めよ。なお，必要に応じて以下のラプラス変換表を用いてもよい。

| $f(t)$ | $F(s)$ |
|---|---|
| $1$ | $\dfrac{1}{s}$ |
| $e^{\alpha t}$ | $\dfrac{1}{s-\alpha}$ |
| $\sin\omega t$ | $\dfrac{\omega}{s^2+\omega^2}$ |
| $\cos\omega t$ | $\dfrac{s}{s^2+\omega^2}$ |

表中の $\alpha$ は実数，$\omega$ は正の実数を表す。